Nelineárne sústavy

Základné pojmy

Pojem nelineárnej sústavy

Nelineárne sústavy (majú nelineárnu statickú charakteristiku) sú také , v ktorých neplatí princíp superpozície . Metódy vyšetrovania lineárnych sústav vychádzajú však práve z platnosti tohoto princípu a preto nie sú použiteľné pre sústavy nelineárne , alebo nanajvýš nachádzajú uplatnenie ako približné metódy v niektorých špecifických prípadoch .

Definícia nelineárnej sústavy je čisto negatívna , určuje iba akú vlastnosť sústava nemá , ale nehovorí nič o vlastnostiach , ktoré má . Neexistuje teda východisko , z ktorého by bolo možné odvodiť všeobecne platnú metodiku vyšetrovania nelineárnych sústav . Východiskom je definovanie určitej skupiny nelineárnych sústav , pričom z definičných vlastností možno odvodiť postupy pre vyšetrovanie tejto skupiny sústav .

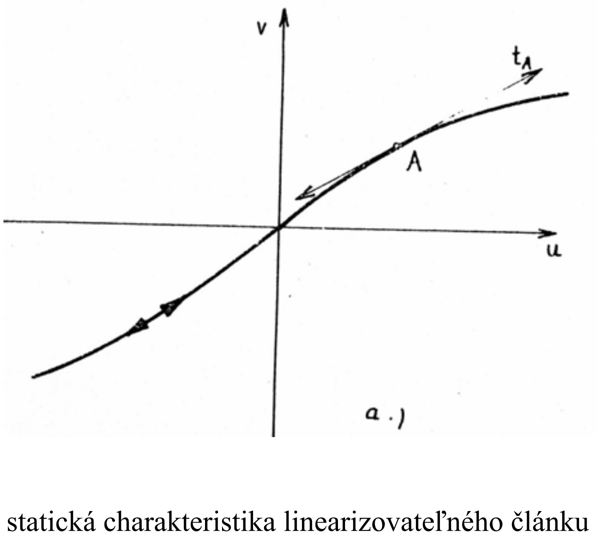
Podrobnejší rozbor každého reálneho prenosového článku ukáže , že tento článok je v podstate nelineárny . Lineárne sústavy sú iba idealizáciou prípustnou len pre istý , pomerne úzky okruh reálnych sústav a to iba v obmedzenom rozsahu ich prevádzkových stavov . (Kde je lineárna ich statická charakteristika.)

Rozdelenie nelinearít

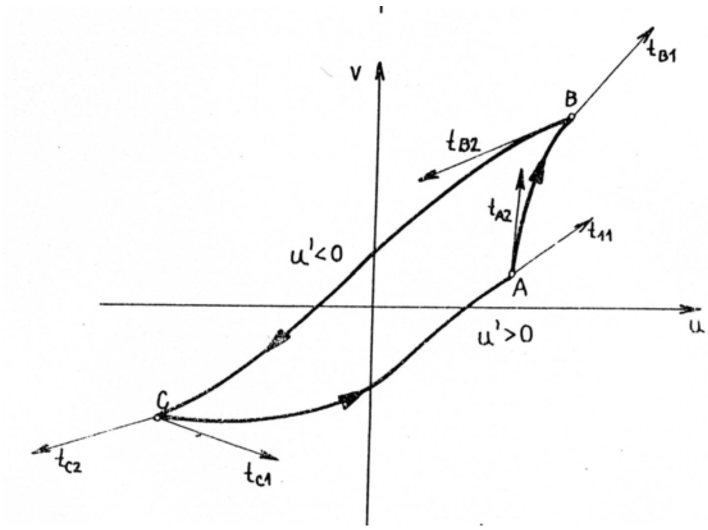
Statický nelineárny článok je možné opísať vzťahom

$$v(t) = f[u(t), sign u'(t)] \text{....................(1)}$$

kde u(t) je vstupná a v(t) výstupná veličina uvažovaného článku a kde F je nelineárna funkcia (nasl. obr.) . Závislosť na znamienku derivácie u´(t) vstupnej veličiny je typická pre nelinearity s hysteréziou (nasl. obr.) . Podľa charakteru funkcie f je možné ďalšie delenie na linearizovateľné články (v každom bode statickej charakteristiky (1) je možné ju nahradiť približne jej dotyčnicou – nasl. obr.) a na typicky nelineárne články , pre ktoré takáto náhrada nie je možná (nasl. obr.) .

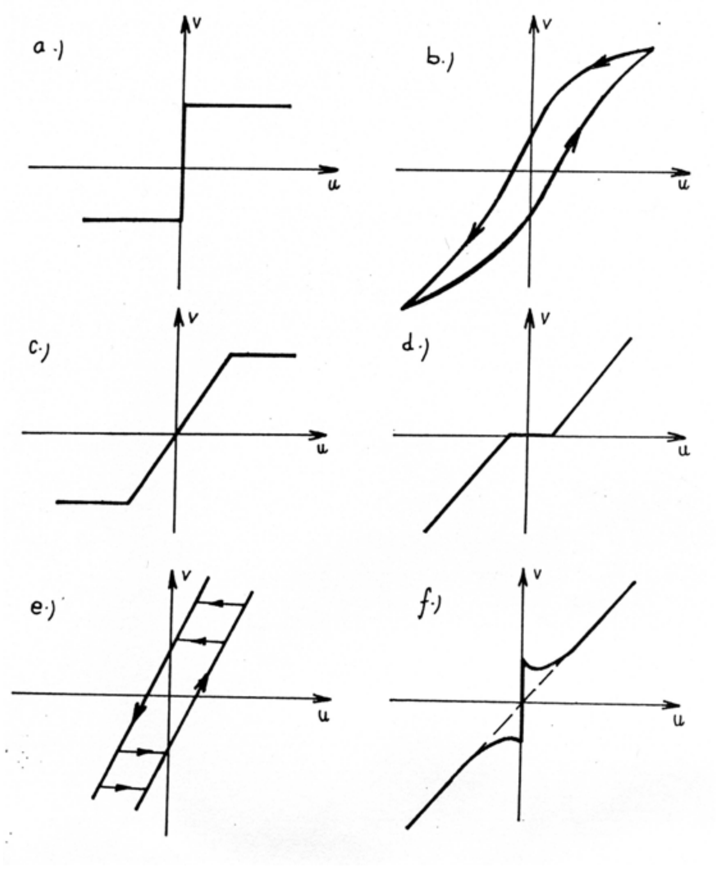


statická charakteristika linearizovateľného článku



statická charakteristika typicky nelineárneho článku

Typickými nelinearitami sú relé (nasl. obr.a) , hysterézia (nasl.obr.b) , nasýtenie (nasl. obr.c) , pásmo necitlivosti (nasl. obr.d) , zubová vôľa (nasl. obr.e) , skutočné trenie ako kombinácia suchého a viskózneho trenia (nasl. obr.f)



Dynamické nelineárne články n-tého rádu sú opísané nelineárnou diferenciálnou rovnicou

$$\frac{d^n v(t)}{dt^n} = f\left[v(t), v'(t), ..., \frac{d^{n-1}v(t)}{dt^{n-1}}, u(t), u'(t), ..., \frac{d^n u(t)}{dt^n}\right] ....(2)$$

kde označenie je zhodné ako pri (1) . Článkom prvého rádu je napr. tlmivka so železným jadrom, pri ktorej vlastná indukčnosť závisí nielen od okamžitej hodnoty prúdu , ale aj od jej derivácie. Príkladom článku druhého rádu je matematické kyvadlo s lineárnym viskóznym trením a so sínusovou direkčnou silou .

Matematický opis nelineárnych sústav

Ďalej sa budeme zaoberať predovšetkým nelineárnymi sústavami , ktoré možno opísať diferenciálnou rovnicou

$$\frac{d^n v(t)}{dt^n} = f\left[v(t), v'(t), ..., v^{(n-1)}(t), u(t), t\right] ....(1)$$

pričom pre linearizovateľné sústavy je funkcia f spojitá , kdežto pre sústavy obsahujúce typickú nelinearitu je táto funkcia nespojitá . Ak sa medzi argumentmi tejto funkcie nevyskytuje vstupná funkcia u(t) a explicitne ani čas t , hovoríme , že sústava je autonómna . (vstupná veličina = 0 , budenie sústavy sa robí voľbou počiatočných podmienok)

Diferenciálnu rovnicu (1) možno rozložiť na n difrenciálnych rovníc 1.rádu v kanonickom tvare, ktoré sú pre autonómnu oblasť nasledovné :

$$\frac{dx_i}{dt} = g_i[x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t)], i = 1,2,...,n ....(2)$$

kde $x_i(t)$ sú stavové premenné .

V prípade , že

$$x_1(t) = v(t) ....(3)$$

a prvých (n-1) rovníc (2) má tvar

$$\frac{dx_i}{dt} = x_{i+1}(t) = v^{(i)}(t) ....(4)$$
$$i = 1,2,...,n-1$$

a posledná rovnica je

$$\frac{d^x n(t)}{dt^n} = f\left[x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t)\right] ....(5)$$

potom hovoríme , že rovnice (4) a (5) tvoria substitučný kanonický tvar .